

ЗАТВЕРДЖЕНО

Голова Приймальної комісії
Приватної установи «Університет»
«Київська школа економіки»

_____ **Тимофій Брік**

«28» червня 2024 року

ПРОГРАМА фахового іспиту

при прийомі на навчання для здобуття третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти

освітня програма	Математика
спеціальність	111 Математика
галузь знань	11 Математика та статистика

I. Загальні положення

1. Цільова аудиторія	Фаховий іспит при прийомі на навчання для здобуття третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти проходять особи, що вступають на навчання для здобуття ступеня доктора філософії (PhD) за спеціальністю 111 Математика.
2. Мета іспиту	Метою фахового іспиту є з'ясування рівня абітурієнтів з фахових компетентностей науковця, теоретичних і практичних знань, аналітичних здібностей зі спеціальності, визначення готовності вступників до засвоєння програми підготовки науково-педагогічних і наукових кадрів вищої кваліфікації, яка відповідає третьому (освітньо-науковому) рівню вищої освіти та дев'ятому кваліфікаційному рівню за Національною рамкою кваліфікацій.
3. Тривалість іспиту	Тривалість співбесіди не перевищує 30 хвилин.
4. Формат іспиту	Фаховий іспит проводиться у форматі усної співбесіди за допомогою використання платформи Zoom.

II. Запитання для підготовки до фахового іспиту

A. Вступник має володіти такими поняттями:

1. Математичний аналіз

1. Поняття границі послідовності, границі функції в точці.
2. Неперервні та рівномірно неперервні функції. Типи розривів. Неперервність елементарних функцій.
3. Похідна та диференціал функцій однієї та кількох змінних.
4. Формула Тейлора з різними формами залишкових членів. Основні розклади.
5. Інтеграл Рімана, умови його існування.
6. Числові та функціональні ряди. Сума ряду, ознаки збіжності. Абсолютна збіжність. Рівномірна збіжність.
7. Ряд Тейлора. Основні розклади.
8. Кратні інтеграли. Формула заміни змінних у кратному інтегралі.
9. Інтеграл на многовидах. Формули Гріна, Гаусса-Остроградського, Стокса.
10. Метричні простори. Збіжність у метричних просторах.

2. Теорія міри та інтеграла

1. Конструкція міри Лебега.
2. Конструкція інтеграла Лебега.
3. Теореми про граничний перехід під знаком інтеграла Лебега.

3. Функціональний аналіз

1. Гільбертів простір. Ортонормовані базиси.
2. Лінійні, неперервні, обмежені оператори. Норма оператора.
3. Теорема Гана-Банаха.

4. Теорема Банаха про обернений оператор.
5. Принцип рівномірної обмеженості.
6. Компактні оператори та теореми Фредгольма.

4. Лінійна алгебра

1. Матриці та дії над ними. Обернена матриця.
2. Лінійні перетворення. Ранг і дефект лінійного перетворення.
3. Визначники, їх властивості та застосування.
4. Власні числа і власні вектори лінійного оператора.
5. Жорданова нормальна форма матриці.
6. Зведення квадратичної форми до канонічного вигляду.

5. Алгебра та теорія чисел

1. Поняття групи. Циклічні групи, їх властивості
2. Кільця головних ідеалів, евклідові кільця.

6. Аналітична геометрія

1. Скалярний, векторний та мішаний добутки векторів, вираз через координати векторів-співмножників.
2. Взаємне розташування кривої другого порядку та прямої.
3. Головні напрями поверхні другого порядку. Характеристичне рівняння.
4. Взаємне розміщення двох прямих у просторі (умова мимобіжності, перетину, паралельності, збігу).
5. Діаметри кривої другого порядку.

7. Диференціальна геометрія та топологія

1. Тригранник Френе.
2. Аксиоми відокремлюваності. Регулярні та нормальні простори.
3. Зв'язні простори та множини. Лінійна зв'язність.
4. Внутрішня геометрія поверхні.
5. Внутрішність і замикання множини топологічного простору. Внутрішні, граничні, ізольовані точки, точки дотику.

8. Диференціальні рівняння

1. Рівняння з відокремлюваними змінними, рівняння в повних диференціалах та їх інтегрування.
2. Задача Коші для диференціального рівняння довільного порядку та для нормальної системи диференціальних рівнянь. Теорема Пеано. Теорема Пікара.
3. Фундаментальна система розв'язків (ФСР) лінійного однорідного диференціального рівняння довільного порядку (ЛОР). Вронскіан. Фундаментальна матриця ЛОС.
4. Побудова фундаментальної системи розв'язків ЛОР зі сталими коефіцієнтами та ЛОС зі сталою матрицею.
5. Метод варіації довільних сталих розв'язання лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь довільного порядку та систем диференціальних рівнянь.
6. Стійкість та асимптотична стійкість розв'язків за Ляпуновим.
7. Критерії стійкості та асимптотичної стійкості ЛОС зі сталими коефіцієнтами.

9. Варіаційне числення

1. Постановка задачі опуклого програмування і теорема Куна-Такера.
2. Похідні в нормованих просторах, теореми про суперпозицію і про середнє.

3. Необхідні умови екстремуму в гладких задачах з обмеженнями.
4. Постановка основних задач варіаційного числення, необхідні умови слабкого локального екстремуму.
5. Постановка задач оптимального керування Больца та оптимальної швидкодії.

10. Комплексний аналіз

1. Поняття похідної комплекснозначної функції комплексної змінної, геометричний зміст модуля і аргументу похідної.
2. Основні властивості елементарних аналітичних функцій (дробово-лінійної, степеневі, показникової, логарифмічної, функції Жуковського).
3. Інтеграл від функції комплексної змінної вздовж шляху та його основні властивості.
4. Особливі точки функції комплексної змінної, поняття лишку, формули для обчислення лишків, основна теорема про лишки.

11. Рівняння математичної фізики

1. Формулювання задачі Коші для хвильового рівняння і рівняння теплопровідності та їх фізичний зміст.
2. Формулювання першої мішаної крайової задачі для хвильового рівняння та її фізичний зміст.
3. Формулювання другої мішаної крайової задачі для рівняння теплопровідності та її фізичний зміст.
4. Формулювання третьої зовнішньої крайової задачі для рівняння Пуассона та її фізичний зміст.
5. Поняття коректності (за Адамаром) постановки задачі математичної фізики.

12. Теорія ймовірностей

1. Означення випадкової величини та вектора.
2. Функція розподілу та її властивості.
3. Математичного сподівання (дискретний та неперервний випадки).
4. Математичне сподівання добутку та дисперсія суми незалежних величин.
5. Граничні теореми Пуассона, Муавра-Лапласа.
6. Посилений закон великих чисел Колмогорова.
7. Класична центральна гранична теорема.

13. Дослідження операцій

1. Загальна задача лінійного програмування та двоїста до неї задача. Основна теорема двоїстості та теорема рівноваги.
2. Необхідні та достатні умови екстремуму для гладкого нелінійного програмування.
3. Субдиференціали опуклих функцій та їх властивості.
4. Задачі негладкого опуклого програмування без обмежень і з обмеженнями-рівностями.
5. Матричні ігри та їх розв'язність у чистих та мішаних стратегіях.

Б. Вступник має вміти розв'язувати задачі таких типів:

1. Математичний аналіз

1. Знаходити границі послідовностей та функцій.
2. Досліджувати функції за допомогою похідної та будувати їх графіки.
3. Обчислювати площу, довжину дуги, роботу, потік, використовуючи інтеграл Рімана та інтеграли по многовидах.
4. Розкладати функції в ряди Тейлора та Фур'є.

2. Теорія міри

1. Обчислювати інтеграл Лебега, використовуючи його зв'язок з інтегралом Рімана.
2. Виконувати граничний перехід під знаком інтеграла Лебега, застосовуючи теорему Лебега про мажоровану збіжність.

3. Функціональний аналіз

1. Визначати лінійні неперервні функціонали в класичних лінійних нормованих просторах. Обчислювати норми лінійних неперервних функціоналів.
2. Визначати лінійні неперервні оператори. Обчислювати норми. Досліджувати збіжність операторів.
3. Знаходити спектр лінійного неперервного оператора. Спектр компактного оператора.
4. Розв'язувати інтегральні рівняння, застосовувати теореми Фредгольма.

4. Лінійна алгебра

1. Знаходити найбільший спільний дільник двох многочленів.
2. Знаходити обернену матрицю.
3. Знаходити базу суми і перетину лінійних підпросторів
4. Знаходити квадратичну форму до канонічного вигляду.
5. Знаходити ортонормовану базу в евклідовому просторі.
6. Знаходити власні числа і власні вектори лінійного оператора.

5. Алгебра та теорія чисел

1. Знаходити кількість абелевих груп заданого порядку.
2. Знаходити розклад підстановки в добуток незалежних циклів, знаходити порядок підстановки.

6. Аналітична геометрія.

1. Обчислювати скалярний, векторний та мішаний добутки векторів. Застосовувати їх для обчислення кутів, площ та об'ємів.
2. Зводити рівняння кривої другого порядку до найпростішого вигляду.

7. Комплексний аналіз

1. Знаходити конформні відображення областей.
2. Знаходити розвинення функцій у ряди Тейлора та Лорана. Знаходити особливі точки.
3. Обчислювати інтеграли за допомогою теорії лишків.

8. Рівняння математичної фізики

1. Зводити до канонічного вигляду диференціальні рівняння з частинними похідними другого порядку з n і двома незалежними змінними.
2. Розв'язувати задачі Коші для рівняння коливань струни (метод характеристик).
3. Знати метод відокремлення змінних розв'язання крайових задач для рівнянь з двома незалежними змінними.

9. Теорія ймовірностей

1. Використовувати класичне означення ймовірності.
2. Використовувати геометричне означення ймовірності.
3. Використовувати умовну ймовірність. Використовувати незалежність випадкових подій.
4. Використовувати формулу повної ймовірності та формулу Байеса.
5. Знаходити розподіл функції від випадкової величини або випадкового вектора.
6. Знаходити числові характеристики випадкових величин і випадкових векторів.

10. Диференціальні рівняння

1. Знаходити розв'язок задачі Коші інтегровного рівняння першого порядку.

2. Знаходити ФСР ЛОР зі сталими коефіцієнтами.
3. Розв'язувати лінійні неоднорідні рівняння методом варіації довільних сталих.
4. Знаходити частинний розв'язок лінійних неоднорідних рівнянь методом невизначених коефіцієнтів.
5. Розв'язувати ЛОС зі сталими коефіцієнтами.
6. Визначати тип фазового портрета автономної 2-вимірної ЛОС та схематично зображати його.
7. Досліджувати на стійкість за першим наближенням положення рівноваги автономної системи.

11. Варіаційне числення

1. Знаходити екстремуми в задачі Лагранжа класичного варіаційного числення.
2. Знаходити екстремуми в задачі Больца класичного варіаційного числення.

Пропозиція дослідницького проєкту.

Дослідницька пропозиція - це науковий текст обсягом до 10 сторінок (без врахування додатків), підготовлений вступником до аспірантури, у якому обґрунтовується тематика майбутнього дисертаційного дослідження, його актуальність, стан розробки у вітчизняній та зарубіжній науці; можливі шляхи розв'язання поставлених задач тощо.

Текст дослідницької пропозиції має носити характер творчої самостійної роботи. Виклад матеріалу не може обмежуватися лише описовим підходом до розкриття обраної теми, а має відобразити авторську аналітичну оцінку стану досліджуваної проблеми й власну точку зору здобувача на можливі варіанти її вирішення.

Структура дослідницької пропозиції:

- титульна сторінка;
- актуальність проблеми дослідження;
- стан розробленості наукової проблеми у вітчизняній та зарубіжній науці;
- об'єкт дослідження;
- предмет дослідження;
- мета дослідження;
- завдання дослідження;
- методи дослідження та методичний інструментарій;
- практичне значення дослідження;
- список використаної літератури.

III. Критерії оцінювання

<p>1. Вимоги до підсумкової оцінки за співбесіду</p>	<p>Загальний бал, який вступник може отримати, обчислюється в шкалі від 0 до 200 балів. На основі оцінок окремих членів комісії підраховується середнє арифметичне значення оцінок за співбесіду та дослідницьку пропозицію. Для успішного складання індивідуальної співбесіди вступнику необхідно набрати не менше 100 балів.</p>
<p>2. Суб'єкт оцінювання</p>	<p>Фаховий іспит оцінюється членами фахової атестаційної комісії.</p>
<p>3. Шкала оцінювання</p>	<p>Підсумковий бал за фаховий іспит формується як сума балу за співбесіду по шкалі 0-150 та оцінки за дослідницьку пропозицію по шкалі 0-50. Співбесіда складається з одного випадково вибраного запитання з блоку А та двох випадково вибраних завдань</p>

	<p>з блоку Б. Кожне з питань оцінюється від 0 до 50 балів відповідно до таких критеріїв:</p>
	<p><i>41 - 50 балів</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Відповідь демонструє досконале володіння теоретичним навчальним матеріалом для ґрунтовної відповіді на поставлені питання. • Висловлювання власних думок є вільним та аргументованим, підкріплене понятійним апаратом. • Вступник демонструє культуру спеціальної мови і використовує сучасну технологічну термінологію, цілісно, системно, у логічній послідовності дає відповіді на поставлені запитання. • Творчо використання знання для розв'язання практичних завдань. Вступник демонструє глибоке розуміння теми. • Повністю відсутні або ж незначні неточності, що не впливають на розуміння та викладення матеріалу.
	<p><i>31 - 40 балів</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Відповідь є зрозумілою та зв'язною, добре структурованою. • Вступник володіє теоретичним навчальним матеріалом для відповіді на поставлені питання. • Демонструється здатність застосовувати вивчений матеріал на рівні стандартних ситуацій; наводити окремі власні приклади на підтвердження певних тверджень. • Відповідь є грамотною, але зміст і форма відповіді мають окремі неточності, припускається 2-3 неprincipові помилки, які вступник вміє виправити, добираючи при цьому аргументи для підтвердження певних дій.

	21- 30 балів	<ul style="list-style-type: none"> • Відповідь демонструє часткове володіє навчальним матеріалом, здатність логічно відтворити значну його частину. • Вступник виявляє знання і розуміння основних положень навчального матеріалу, але викладає його неповно, непослідовно, припускається неточностей у визначенні понять, у застосуванні знань для вирішення практичних задач, не вміє доказово обґрунтувати свої думки; • Під час виконання завдання методологічні помилки, що ґрунтовно не впливають на розв'язання • Вступник демонструє основне розуміння теми, але не надає достатньо деталей.
	0 - 20 балів	<ul style="list-style-type: none"> • Демонструються розрізнені безсистемні знання. • Володіння матеріалом на елементарному рівні засвоєння, викладення його безладно, уривчастими реченнями. • Припущені помилки у визначенні термінів, які приводять до викривлення їх змісту. • Припущені принципові помилки при вирішенні практичних завдань. <p>Вступник не відповідає (або дає неповні, неправильні відповіді) на основні та додаткові питання.</p>

IV. Матеріали та література для підготовки до іспиту

1. Математичний аналіз

1. Rudin, W. (1976). Principles of Mathematical Analysis. McGraw-Hill.
2. Spivak, M. (2008). Calculus. Cambridge University Press

2. Теорія міри та інтеграла

1. Bartle, R. G. (1995). The Elements of Integration and Lebesgue Measure. Wiley.

2. Folland, G. B. (1999). Real Analysis: Modern Techniques and Their Applications. Wiley.

3. Функціональний аналіз

1. Kreyszig, E. (1989). Introductory Functional Analysis with Applications. Wiley.

2. Conway, J. B. (1990). A Course in Functional Analysis. Springer

4. Лінійна алгебра

1. Axler, S. (2015). Linear Algebra Done Right. Springer.

2. Strang, G. (2016). Introduction to Linear Algebra. Wellesley-Cambridge Press

5. Алгебра та теорія чисел

1. Artin, M. (2011). Algebra. Pearson.

2. Dummit, D. S., & Foote, R. M. (2003). Abstract Algebra. Wiley

6. Аналітична геометрія

1. Strang, G. (2016). Calculus. Wellesley-Cambridge Press.

2. Lang, S. (1987). Calculus of Several Variables. Springer.

7. Диференціальна геометрія та топологія

1. Do Carmo, M. P. (2016). Differential Geometry of Curves and Surfaces: Revised and Updated Second Edition. Dover Publications.

2. Munkres, J. R. (2000). Topology. Prentice Hall

8. Диференціальні рівняння

1. Boyce, W. E., & DiPrima, R. C. (2017). Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems. Wiley.

2. Tenenbaum, M., & Pollard, H. (1985). Ordinary Differential Equations. Dover Publications.

9. Варіаційне числення

1. Gelfand, I. M., & Fomin, S. V. (2000). Calculus of Variations. Dover Publications.

2. Weinstock, R. (1974). Calculus of Variations: With Applications to Physics and Engineering. Dover Publications

10. Комплексний аналіз

1. Ahlfors, L. V. (1979). Complex Analysis: An Introduction to the Theory of Analytic Functions of One Complex Variable. McGraw-Hill.

2. Conway, J. B. (1978). Functions of One Complex Variable I. Springer

11. Рівняння математичної фізики

1. Strauss, W. A. (2007). Partial Differential Equations: An Introduction. Wiley.

2. Evans, L. C. (2010). Partial Differential Equations. American Mathematical Society

12. Теорія ймовірностей

1. Ross, S. (2014). A First Course in Probability. Pearson.

2. Durrett, R. (2019). Probability: Theory and Examples. Cambridge University Press

13. Дослідження операцій

1. Hillier, F. S., & Lieberman, G. J. (2014). Introduction to Operations Research. McGraw-Hill.

2. Winston, W. L. (2004). Operations Research: Applications and Algorithms. Duxbury Press

V. Формат проведення фахового іспиту

Регламент організації та проведення фахового іспиту за освітньою програмою «Математика» (з використанням платформи Zoom).

1. Дані для дистанційного доступу до платформи Zoom (посилання, ID конференції, пароль доступу) надаються вступнику/ці на електронну пошту, вказану під час реєстрації на вступні іспит, не пізніше ніж за день до проведення іспиту.

2. До початку фахового іспиту вступник/ця має активувати технічні засоби (мікрофон та камера) та перевірити їх працездатність. На початку фахового іспиту член фахової комісії перевіряє, що вступника/цю добре видно і чути та запрошує вступника/цю пройти ідентифікацію особи шляхом демонстрації в камеру паспорта громадянина України або іншого документа, що посвідчує особу, в розгорнутому вигляді на сторінці з фотографією.

3. Під час фахового іспиту член фахової комісії може звертатися до вступника/ці з проханням змінити кут огляду камери або місце власного розташування. Під час фахового іспиту заборонено користуватися будь-якими матеріалами або сторонніми Інтернет-ресурсами. Недотримання формату проведення вступного іспиту та/або вимог академічної доброчесності унеможливають участь вступника/ці у конкурсному відборі.

4. Складання вступни(цею)ком фахового іспиту фіксується за допомогою технічних засобів відеозапису платформи Zoom. Аудіо- або відеозаписи зберігаються протягом терміну, визначеного Правилами прийому на навчання для здобуття вищої освіти в 2024 році у Приватній установі «Університет «Київська школа економіки», для подання апеляції на результати фахових іспитів та її розгляду.

5. Якщо під час тесту ви втратили інтернет-з'єднання, будь ласка, повідомте про це координатора іспиту.

Н.В! Київська школа економіки дотримується принципів академічної доброчесності, і ми віримо, що наші вступники також будуть слідувати цим принципам при виконанні завдань. Під час проведення співбесіди не допускається користування сторонніми ресурсами. Контроль за цим буде здійснюватися через платформу Zoom.